



Fundamentos Cuantitativos en Finanzas



Tema : Anualidades Anticipadas

Fundamentos Cuantitativos

en Finanzas
Tercer Parcial

PhD. Alicia Fernanda Galindo Manrique

Anualidad Anticipada

Es aquella en la cual los pagos se realizan al inicio del periodo de pago.

Ejemplos:

- Primas de seguros de vida
- Renta de una casa
- Créditos con características especiales.

Anualidad Anticipada

Fórmula Valor Futuro

$$F = A \left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right] (1 + i)$$

Fórmula Valor Presente

$$P = A \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right] (1 + i)$$

Anualidad Anticipada

Ejemplo:

Al inicio de cada mes, Francisco deposita \$5,000 en una cuenta de inversión. Si la tasa de interés es del 1% mensual capitalizable cada mes, calcule:

- a) El monto al cabo de 3 años
- b) El interés ganado en los 3 años
- c) El valor presente de la anualidad

Anualidad Anticipada

Ejemplo:

Al inicio de cada mes, Francisco deposita \$5,000 en una cuenta de inversión. Si la tasa de interés es del 1% mensual capitalizable cada mes, calcule:

- a) El monto al cabo de 3 años
- b) El interés ganado en los 3 años
- c) El valor presente de la anualidad

Solución

$$a) F = 5,000 \left[\frac{(1+0.01)^{36} - 1}{0.01} \right] (1 + 0.01) = \$217,538.24$$

$$b) I = F - P \text{ entonces } 217,358.24 - (5000 \times 36) \dots I = \$37,538.24$$

$$c) P = 5,000 \left[\frac{1 - (1+0.01)^{-36}}{0.01} \right] (1 + 0.01) = \$152,042.90$$

Anualidad Anticipada

Ejemplo:

Un automóvil se puede comprar a crédito mediante 48 abonos mensuales anticipados de \$4,800. si la tasa de interés es del 16% capitalizable cada mes, ¿Cuál es el valor de contado del automóvil?

Solución:

El valor de contado del automóvil es el valor presente de los abonos mensuales anticipados; por lo tanto:

$$P = 4,800 \left[\frac{1 - \left(1 + \frac{0.16}{12}\right)^{-48}}{\frac{0.16}{12}} \right] \left(1 + \frac{0.16}{12}\right) = \$171,628.50$$

Anualidad Anticipada

Ejemplo:

Dentro de 6 años la empresa TP, SA necesitará \$7,000,000 para reemplazar maquinaria depreciada. ¿Cuál sería el importe del depósito trimestral que tendrá que hacer la empresa, a partir de este momento, en un fondo de depreciación que paga el 11.3% convertible cada trimestre, para acumular dicha cantidad de dinero?

Solución:

Se conoce el monto de una anualidad anticipada, es necesario despejar A de la ecuación de valor futuro

Fórmula:

$$A = \frac{Fi}{[(1 + i)^n - 1](1 + i)}$$

Anualidad Anticipada

Solución

Fórmula:

$$A = \frac{(7,000,000) \left(\frac{0.113}{4}\right)}{\left[\left(1 + \frac{0.113}{4}\right)^{24} - 1\right] \left(1 + \frac{0.113}{4}\right)} = \$202,119.21$$

Anualidad Anticipada

Ejemplo:

El beneficiario de una herencia puede optar por recibir \$2470,000 de inmediato o recibir 40 pagos iguales cada 4 meses; el primero de ellos se recibe de inmediato. ¿Cuál será el valor del pago cuatrimestral si el dinero está invertido al 11.55% anual?

Solución:

Se conoce el valor presente de una anualidad anticipada. Se despeja A de la ecuación.

Fórmula:

$$A = \frac{Pi}{[1 - (1 + i)^{-n}](1 + i)}$$

Anualidad Anticipada

Ejemplo:

El beneficiario de una herencia puede optar por recibir \$2470,000 de inmediato o recibir 40 pagos iguales cada 4 meses; el primero de ellos se recibe de inmediato. ¿Cuál será el valor del pago cuatrimestral si el dinero está invertido al 11.55% anual?

Solución:

Se conoce el valor presente de una anualidad anticipada. Se despeja A de la ecuación.

Fórmula:

$$A = \frac{(2,470,000)\left(\frac{0.1155}{3}\right)}{\left[1 - \left(1 + \frac{0.1155}{3}\right)^{-40}\right] \left(1 + \frac{0.1155}{3}\right)} = \$177,497.56$$

Anualidad Anticipada

Ejemplo:

¿Cuántos depósitos semestrales anticipados de \$18,781.27 cada uno deben realizar para acumular un monto de \$250,000? La tasa de interés es del 5.15% semestral capitalizable cada semestre.

$$n = \frac{\log\left[\frac{Fi}{A(1+i)} + 1\right]}{\log(1+i)}$$

Anualidad Anticipada

Solución

¿Cuántos depósitos semestrales anticipados de \$18,781.27 cada uno deben realizar para acumular un monto de \$250,000? La tasa de interés es del 5.15% semestral capitalizable cada semestre.

$$n = \frac{\log\left[\frac{Fi}{A(1+i)} + 1\right]}{\log(1+i)}$$

$$n = \frac{\log\left[\frac{(250,000)(0.0514)}{18,781.27(1+0.0514)} + 1\right]}{\log(1+0.0514)} = 10 \text{ depósitos semestrales}$$

Anualidad Anticipada

Ejemplo:

¿Cuántos pagos mensuales anticipados de \$1,240.70 cada uno deben hacerse para saldar una deuda de \$16,000 si hay que pagar intereses al 27% capitalizable cada mes?

$$n = - \frac{\log\left[1 - \frac{Pi}{A(1+i)}\right]}{\log(1+i)}$$

Anualidad Anticipada

Solución

¿Cuántos pagos mensuales anticipados de \$1,240.70 cada uno deben hacerse para saldar una deuda de \$16,000 si hay que pagar intereses al 27% capitalizable cada mes?

$$n = - \frac{\log\left[1 - \frac{(16,000)\left(\frac{0.27}{12}\right)}{1,240.70 \left(1 + \frac{0.27}{12}\right)}\right]}{\log\left(1 + \frac{0.27}{12}\right)}$$

N = 15 pagos mensuales

Costo de retrasar el ahorro en un plan de retiro

Gratificación inmediata: el descuento hiperbólico lo explica todo

Las personas valoran más la inmediatez y disponibilidad sobre mayores valores de dinero en el tiempo.

<https://www.elfinanciero.com.mx/monterrey/gratificacion-inmediata-el-descuento-hiperbolico-lo-explica-todo>

De aquí surgen las teorías de comportamiento económico y las brechas financieras que se fundamentan en los sesgos cognitivos. Los **sesgos cognitivos** son atajos en nuestra forma de pensar que pueden llevarnos a una distorsión, un juicio inexacto y a la toma de decisiones irracionales.

Costo de retrasar el ahorro en un plan de retiro

Para tener una idea del costo que genera posponer el ahorro para el retiro, suponga que usted tiene en este momento 25 años de edad y establece un fondo de retiro en el cual piensa depositar \$500 mensuales a partir de la apertura del fondo.

Si el fondo paga el 12% anual capitalizable mensual, a los 65 años de edad, cuanto usted se jubile, tendrá un monto de:

$$F = 500 \left[\frac{\left(1 + \frac{0.12}{12}\right)^{480} - 1}{\frac{0.12}{12}} \right] \left(1 + \frac{0.12}{12}\right) = \$5,941,210$$

Si usted empezara a ahorrar para su retiro a los 35 años, esto es, 10 años más tarde, se obtendría:

$$F = 500 \left[\frac{\left(1 + \frac{0.12}{12}\right)^{360} - 1}{\frac{0.12}{12}} \right] \left(1 + \frac{0.12}{12}\right) = \$1,764,957$$

Se tendrá \$4,176,253 menos

Costo de retrasar el ahorro en un plan de retiro

Ejercicio en equipos:

1. ¿Cuánto deberá depositar al inicio de cada mes en el fondo de retiro si usted empezó a ahorrar a los 35 años de edad y desea un monto igual a \$5,941,210?
2. Una empresa deposita \$250,000 al inicio de cada semestre en un fondo de ahorro cuya tasa de interés es del 10% capitalizable semestralmente.
 - a) ¿A cuánto ascenderá el monto al cabo de 6 años?
 - b) ¿Cuál sería el monto si los depósitos se llevaran a cabo al final del semestre?
 - c) ¿De cuánto es la diferencia entre ambos montos?
 - d) ¿De cuánto es la diferencia de intereses?
3. El Sr Solís alquiló una bodega cobrando una renta bimestral de \$110,000 y estipulándose en el contrato que los pagos deberán ser depositados en una cuenta de ahorro al inicio de cada bimestre. Si el banco paga una tasa de interés del 8.64% anual capitalizable bimestralmente, ¿cuánto tendrá el señor Solís al cabo de un año?

Costo de retrasar el ahorro en un plan de retiro

Solución problemas

P1

$$5'941,210 = A \left[\frac{\left(1 + \frac{0.12}{12}\right)^{360} - 1}{\left(\frac{0.12}{12}\right)} \right] \left(1 + \frac{0.12}{12}\right) \Rightarrow A = \$1,683.10$$

P2

$$\text{a) } F = 250,000 \left[\frac{\left(1 + \frac{0.10}{2}\right)^{12} - 1}{\left(\frac{0.10}{2}\right)} \right] \left(1 + \frac{0.10}{2}\right) = \$4'178,245.71$$

$$\text{b) } F = 250,000 \left[\frac{\left(1 + \frac{0.10}{2}\right)^{12} - 1}{\left(\frac{0.10}{2}\right)} \right] = \$3'979,281.63$$

c) Diferencia = \$198,964.08

d) Diferencia = \$198,964.08

Costo de retrasar el ahorro en un plan de retiro

Solución problemas

P3

$$F = 110,000 \left[\frac{\left(1 + \frac{0.0864}{6}\right)^6 - 1}{\left(\frac{0.0864}{6}\right)} \right] \left(1 + \frac{0.0864}{6}\right) = \$694,073.93$$

$$I = 694,073.93 - (110,000)(6) = \$34,073.93$$

Funciones: TASA y NPER

1. Adriana compró en una mueblería un comedor a crédito cuyo precio de contado es de \$7,590. si el comedor se pagará mediante 104 pagos semanales anticipados de \$144.50 cada uno, calcule la tasa de interés nominal anual

Datos en Excel:

Función TASA o RATR

Nper: 104

Pago: -144.50

VA: 7,590

VF: en blanco

Tipo 1 (para anualidad anticipada)

Tasa: 0.01537

Funciones: TASA y NPER

2. En cuanto tiempo se acumulan \$35,000 mediante depósitos quincenales anticipados de \$1,859 si se invierten en una cuenta de ahorros que paga 11.3% capitalizable cada quincena?

Datos en Excel:

Función NPER

Tasa: 11.3%/24

Pago: -1859

Va: en blanco

VF: 35,000

Tipo: 1

Nper: 18.002