



Fundamentos Cuantitativos en Finanzas



Tema 2: Valor del dinero en el tiempo I

Fundamentos Cuantitativos
en Finanzas

PhD. Alicia Fernanda Galindo Manrique

Introducción

- Proceso de selección de decisiones de inversión
 1. Múltiples decisiones → creación de valor.
 2. Generar o reconocer alternativas.
 3. Consecuencias cuantificables:
 1. En términos monetarios
 4. Consecuencias no cuantificables:
 1. Status (Renault vs Masserati)
 5. Análisis de alternativas:
 1. Tamaño del proyecto
 2. Recursos dispuestos a invertirse
 3. Análisis cuantitativo
 4. Buena decisión no es = a un buenos resultados (riesgo)
 6. Control de la alternativa = medición

Valor del dinero a través del tiempo

- Interés = renta que se paga por utilizar dinero ajeno, o la renta que se gana al invertir nuestro dinero.
 - Rendimiento de una inversión
 - Costo de un financiamiento
- El dinero puede generar interés.
- Un \$1 que se reciba en el futuro valdrá menos que \$1 que se tenga actualmente.
- **La relación entre el interés y el tiempo = valor del dinero en el tiempo.**
- *"Cantidades iguales de dinero no tienen el mismo valor, si se encuentran en puntos diferentes en el tiempo y si la tasa de interés es mayor que cero"*.

Interés simple y compuesto

- Diferencia principal

Interés simple= en función al principal, número de periodos y la tasa de interés

Interés compuesto = los intereses a su vez, generan intereses

Interés simple y compuesto

- Ejemplo:
- *Se ha pedido prestado \$1,000 para pagarlos dentro de 2 años a una tasa de interés del 10%. Calcula la cantidad a pagar asumiendo interés simple y compuesto*
- *Interés simple:*

Año	Capital	Interés	Total
1	1,000	10% = 100	1,100
2		10%= 100	1,200

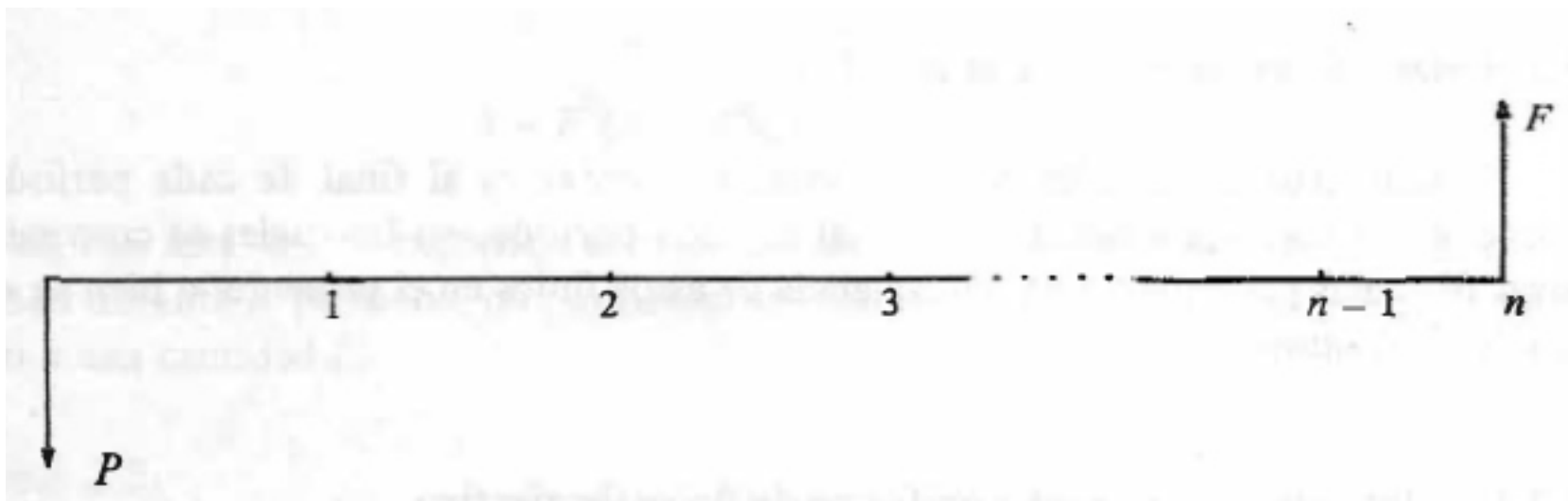
Interés simple y compuesto

- Ejemplo:
- *Se ha pedido prestado \$1,000 para pagarlos dentro de 2 años a una tasa de interés del 10%. Calcula la cantidad a pagar asumiendo interés simple y compuesto*
- *Interés compuesto:*

Año	Adeudo al inicio del año	Interés	Adeudo al final del año
1	1,000	10% = 100	1,100
2	1,100	10%= 110	1,210

Flujos de efectivo únicos

- Diagrama de flujo que relaciona un valor presente con un valor futuro



- P = desembolso inicial (al principio del primer periodo)
- F = cantidad que se va a recuperar al final del periodo n
- n = número de periodos
- $i\%$ = tasa de interés

Flujos de efectivo únicos

- Para obtener la cantidad que se acumula después de n periodos a una tasa de interés de $i\%$:
- $F = P(1 + i)^n$
- Para obtener la cantidad presente que se tiene que invertir durante n periodos a una tasa de interés de $i\%$:
- $P = F \frac{1}{(1+i)^n}$
- Ejemplo: Una persona pide la cantidad de \$1000 para pagarla dentro de 5 años a una tasa de interés del 20% anual. ¿Cuánto pagaría esta persona al final del quinto año?

Flujos de efectivo únicos

- Ejemplo:
- Un estudiante de la UDEM que actualmente está cursando su último semestre de la carrera, y que paga actualmente una colegiatura de \$250,000; desea conocer lo que sus futuros hijos pagarán de colegiatura semestral en la UDEM. Para esto se asume que la colegiatura aumentará 20% por semestre y que su primer hijo ingresará a la UDEM a cursar una carrera profesional dentro de 20 años. ¿Cuánto pagará de colegiatura?
- $F = 250,000 (1 + 20\%)^{40} = \$367,442,900$

Flujos de efectivo únicos

- Ejemplo:
- ¿Cuántos periodos necesitas para que tus \$1,000 se conviertan en \$2,000 al 10% de interés?

$$n = \frac{\ln \frac{FV}{PV}}{\ln(1 + i)}$$

$$n = \frac{\ln \frac{2000}{1000}}{\ln(1+.10)} = 7.27 \text{ periodos}$$

Flujos de efectivo únicos

- Ejemplo:
- Si actualmente se tienen \$1,000 y quieres obtener \$2,000 en 5 años, ¿a qué tasa deberías de invertir?

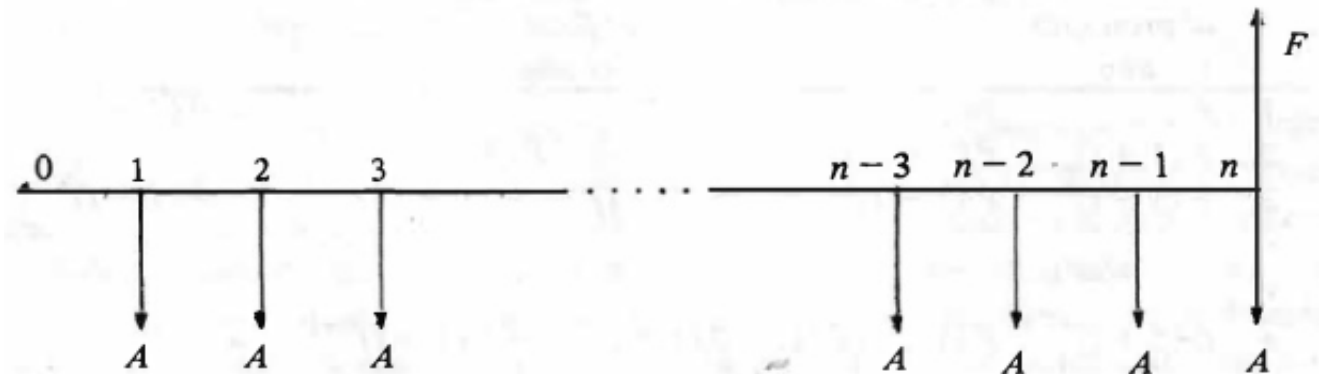
$$i = \left(\frac{FV}{PV}\right)^{1/n} - 1$$

- $i = \left(\frac{2000}{1000}\right)^{1/5} - 1 = 0.1487 = 14.87\%$

Series uniformes de flujos de efectivo

- Depósitos constantes al final de cada periodo o ingresos constantes al final de cada periodo = anualidades.

- $$F = A \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$



- **Valor Futuro de la Anualidad**

- Donde:
- F = Valor futuro de la anualidad
- A = anualidad o flujos constantes
- i = interés
- n = número de periodos

Series uniformes de flujos de efectivo

- Determinar el flujo neto A al final de cada periodo durante n periodos que es necesario desembolsar, para acumular al final del periodo n , una cantidad F

- $$A = F \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

- **Valor de la Anualidad**

- Donde:
- F = Valor futuro de la anualidad
- A = anualidad o flujos constantes
- i = interés
- n = número de periodos

Series uniformes de flujos de efectivo

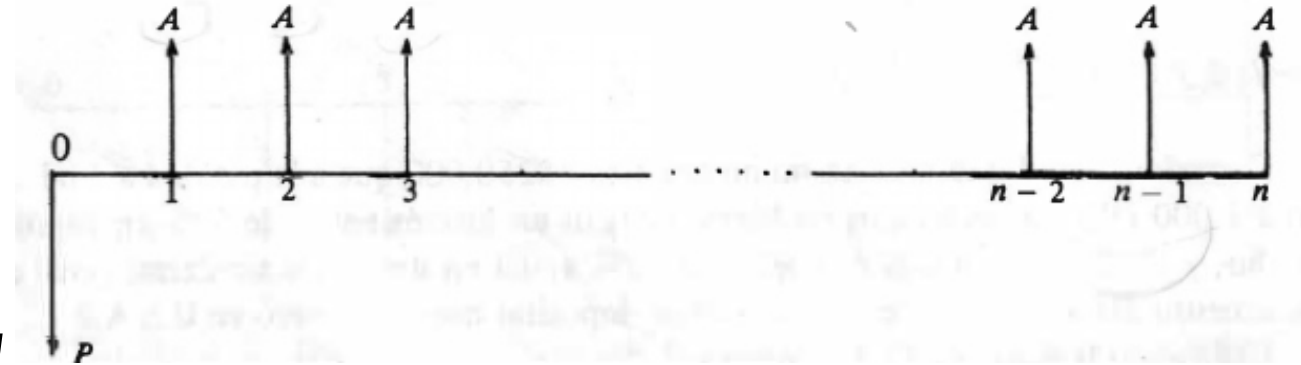
- Ejemplo:
- Una persona deposita al final de cada mes, durante dos años, la cantidad de \$1000. Si la cuenta de ahorros paga el 1.5% mensual. ¿Cuánto se acumularía al final del segundo año?

- $F = 1000 \frac{(1+0.015)^{24}-1}{0.015} = 28,633.5$

Series uniformes de flujos de efectivo

- Cantidad en el presente con anualidades uniformes

- $$P = A \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$$



- **Valor Presente de la Anualidad**

- Donde:
- P = Valor presente de la anualidad
- A = anualidad o flujos constantes
- i = interés
- n = número de periodos

Series uniformes de flujos de efectivo

- Determinar el flujo neto A al final de cada periodo durante n periodos que es necesario desembolsar, para acumular al final del periodo n , una cantidad P

- $$A = P \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

- **Valor de la Anualidad**

- *Donde:*
- *P = Valor presente de la anualidad*
- *A = anualidad o flujos constantes*
- *i = interés*
- *n = número de periodos*

Series uniformes de flujos de efectivo

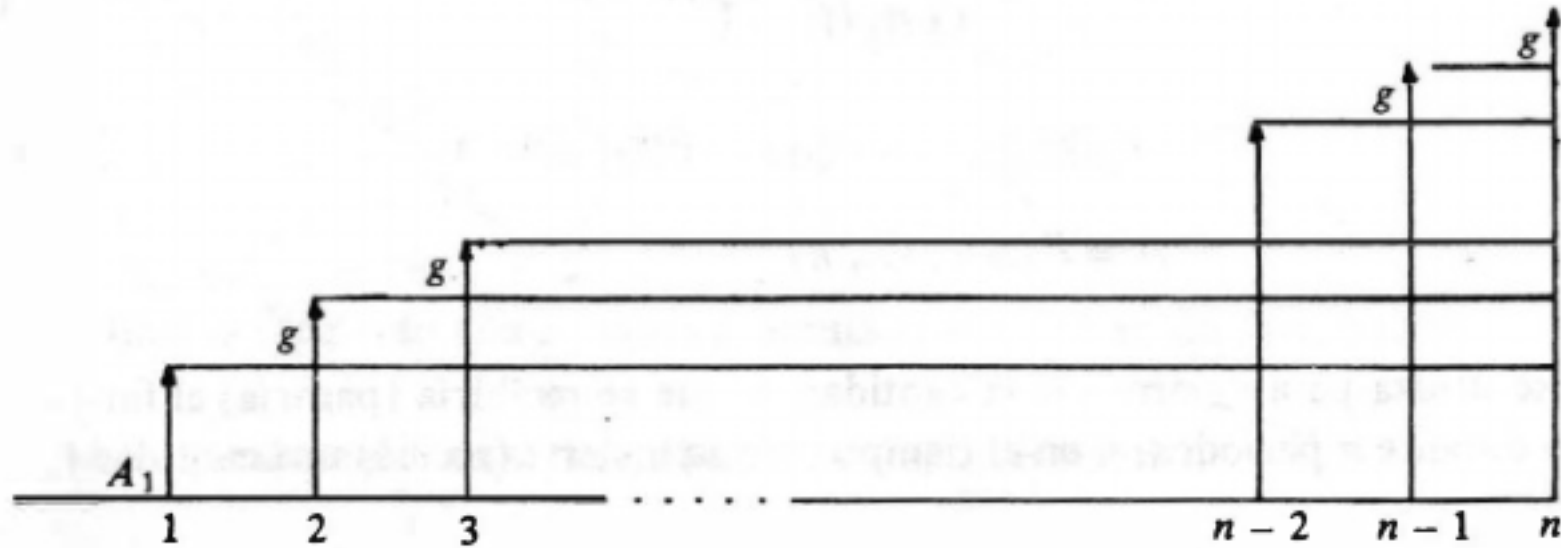
- Ejemplo:
- Una persona deposita \$100,000 en una cuenta que paga el 5% semestral. Si la persona quisiera retirar cantidades iguales al final de cada semestre durante 5 años, ¿de cuánto sería cada retiro?
- $A = 100,000 \frac{0.05 (1+0.05)^{10}}{(1+0.05)^{10} - 1} = 12,950$
- La persona podría hacer 10 retiros iguales de \$12,950 al final de los cuáles se agotaría la cuenta.

Flujos de efectivo en forma de gradientes aritméticos y geométricos

- Algunos proyectos de inversión generan flujos de efectivo que crecen o disminuyen una cierta cantidad constante cada periodo.
- Ejemplo:
- Gastos de mantenimiento que pueden incrementar una **cantidad constante** cada periodo.
- Proyectos que generen ganancias que se incrementen a un **% constante** por cada periodo.

Gradientes aritméticos

- Los flujos se incrementan a una cantidad constante g .



Gradientes aritméticos

- Anualidades con crecimientos constantes = cantidad constante

- $$A = g \left(\frac{1}{i} - \frac{n}{(1+i)^n - 1} \right)$$

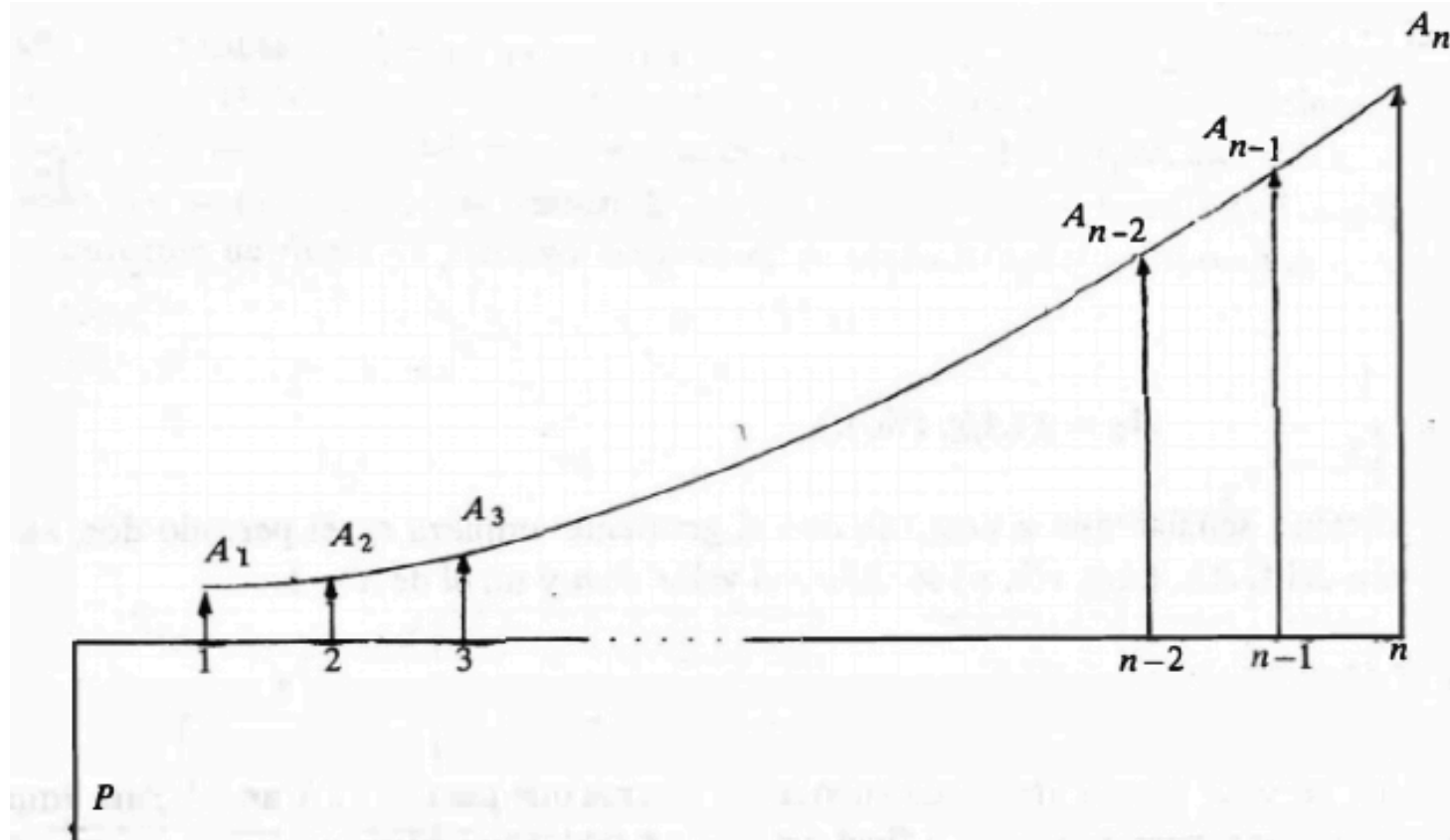
Gradientes aritméticos

- Ejemplo:
- Una persona piensa abrir una cuenta de ahorros que paga el 12% anual. Para empezar, esta persona piensa depositar al final del año \$5,000. Sin embargo, puesto que su salario está creciendo constantemente, esta persona cree poder incrementar la cantidad a ahorrar en \$1,000 cada año.
- Si esta misma persona hiciera depósitos anuales de la misma magnitud, ¿de qué monto tendrán que ser para que la cantidad acumulada en 10 años fuera la misma?

- $$A = 5000 + 1000 \left(\frac{1}{0.12} - \frac{10}{(1+0.12)^{10} - 1} \right) = \$8,585$$

Gradientes geométricos

- Los flujos se incrementan a un porcentaje constante



Gradientes geométricos

- Valor presente con anualidades = porcentaje constante

$$• P = A \left(\frac{1 - \frac{(1+j)^n}{(1+i)^n}}{i-j} \right)$$

- **Si i es diferente a j**

- *Donde:*
- P = valor presente
- A = anualidad
- j = porcentaje fijo de cambio (aumento o disminución)
- i = tasa de interés

Gradientes geométricos

- Valor presente con anualidades = porcentaje constante

- $P = \left(\frac{n A}{1+j} \right)$

- *Si $i = j$*

- *Donde:*

- *P= valor presente*

- *A = anualidad*

- *j= porcentaje fijo de cambio (aumento o disminución)*

- *i= tasa de interés*

Gradientes geométrico

- Ejemplo:
- Un padre de familia ha destinado cierto fondo de dinero para que su hijo estudie la carrera en la UDEM. La carrera dura 9 semestres y debido a la inflación la colegiatura aumentará el 8% semestral. Si el padre de familia deposita este fondo en una cuenta bancaria que paga el 6% semestral. ¿Cuánto tendría que depositar si la colegiatura del primer semestre es de \$10,000? Los pagos de colegiatura ocurren al final del semestre.

- $P = 10,000 \left(\frac{1 - \frac{(1+0.08)^9}{(1+0.06)^9}}{0.06 - 0.08} \right) = 91,603$ tendría que depositar ahorita, con los cuáles se pagaría la colegiatura de los próximos 9 semestres.