



# Fundamentos Cuantitativos en Finanzas



# Tema 1: Interés Compuesto

**Fundamentos Cuantitativos**

en Finanzas  
Segundo Parcial

PhD. Alicia Fernanda Galindo Manrique

# Generalidades

- En el interés simple, el capital que genera el interés permanece constante durante todo el préstamo
- En cambio, en el interés compuesto, el interés generado se suma al capital y se convierte en el nuevo capital para el nuevo periodo.
- La suma total obtenida se llama MONTO COMPUESTO o Valor Futuro

A la diferencia entre el Monto Compuesto y el Capital Original se le llama INTERÉS COMPUESTO

- $I = F - P$
- Donde: I = Interés compuesto; F = Monto Compuesto (Valor Futuro); P = Capital Original

# Generalidades

- El periodo convenido para convertir el interés se le llama **periodo de capitalización o periodo de conversión**
- Por ejemplo:
  - Se tiene un préstamo con capitalización semestral
  - Significa que el interés ganado por cierto capital se capitaliza, se suma al capital al término de cada semestre.
- El número de veces que el interés se capitaliza en un año se conoce como **frecuencia de capitalización**

# Generalidades

- Frecuencias de capitalización más comunes:

Si los intereses se capitalizan cada:	La frecuencia de capitalización es:
Año	1
Semestre	2
Cuatrimestre	3
Trimestre	4
Bimestre	6
Mes	12
Quincena	24
Semana	52
Día	365

# Generalidades

Es necesario que la tasa de interés esté expresada en la misma unidad de tiempo que el periodo de capitalización

# Generalidades

- Ejemplo 1
- Tomás invierte \$500,000 al 15% anual capitalizable cada mes, a un plazo de 6 meses. Calcule lo siguiente:
  - a) Monto compuesto al final de los 6 meses
  - b) El interés compuesto ganado
  - c) Compare el monto compuesto con el monto simple

# Generalidades

- Ejemplo 1 -Solución
- Tomás invierte \$500,000 al 15% anual capitalizable cada mes, a un plazo de 6 meses. Calcule lo siguiente:
  - a) Monto compuesto al final de los 6 meses

$$i = \frac{15}{12} = 1.25\% \text{ mensual} = 0.0125 \text{ por mes}$$

Mes	Capital al inicio del mes \$	Interés Ganado en el mes (\$)	Monto compuesto al final del mes (\$)
1	500,000.00	6,250.00	506,250.00
2	506,250.00	6,328.13	512,578.13
3	512,578.13	6,407.23	518,985.36
4	518,985.36	6,487.32	525,472.68
5	525,472.68	6,568.41	532,041.09
6	532,041.09	6,650.51	538,691.60

Tabla de capitalización



# Ejemplos

- Ejemplo 1 -Solución
- Tomás invierte \$500,000 al 15% anual capitalizable cada mes, a un plazo de 6 meses. Calcule lo siguiente:
  - b) El interés compuesto ganado

$$i = 538,691.60 - 500,000 = 38,691.60$$

- c) Compare el monto compuesto con el monto simple

$$F = 500,000 [1 + (0.0125)(6)] = \$537,500.00$$

El interés compuesto es mayor al simple.

El interés simple crece de forma aritmética y el interés compuesto crece en forma aritmética.

# Valor Futuro

- ¿Qué pasaría si nos pidieran periodos de capitalización de 10 años? Surge la fórmula:

- **$F = P (1 + i)^n$**

- Donde:
- F= Monto compuesto o valor futuro
- P= Capital original
- i= Tasa de interés por periodo de capitalización
- n= es el número de periodos de capitalización

# Ejemplos

- **Ejemplo:**
- Calcule el monto compuesto y el interés compuesto después de 10 años si se invierten \$325,000 a una tasa del 12% con capitalización trimestral.

Solución:

La tasa de interés dada es anual y el periodo de capitalización es trimestral. Por lo tanto, la tasa de interés por periodo de capitalización es:

$$i = \frac{12}{4} = 3\% \text{ trimestral capitalizable cada trimestre}$$

$$F = P (1 + i)^n$$

$$F = 325,000 \left(1 + \frac{0.12}{4}\right)^{40} = \mathbf{\$1,060,162.28}$$

El interés compuesto ganado fue:  $1,060,162.28 - 325,000 = 735,162.28$

# Ejemplos

- **Ejemplo:**
- ¿Qué cantidad de dinero se habrá acumulado al cabo de 5 años si se invierten \$75,000 al 1.12% mensual con intereses capitalizables cada bimestre?
- Tasa bimestral=  $1.12\% \times 2 = 2.24\%$
- ¿Cuántos bimestres hay en 5 años? = 1 año tiene 6 bimestres = 5 años son 30 bimestres
- $F = 75,000 (1 + 0.0224)^{30} = \mathbf{\$145,776.15}$

# Ejemplos

- **Ejemplo:**

- Si el costo de la energía eléctrica aumentara a un ritmo de 1.2% mensual durante los próximos 12 meses, ¿de cuánto sería el aumento total en el año, expresado en porcentaje?

- Solución:

- *Para calcular el cambio porcentual se utiliza la fórmula*

- $CP = \frac{\text{Actual}}{\text{Anterior}} - 1$

- $F = x (1 + 0.012)^{12} = \$1.153895 x$

- $CP = \frac{1.153895x}{x} - 1 = 1.153895 - 1$

- $CP = 15.3895\%$

# Ejemplos

- **Ejemplo:**

- ¿Qué interés producirá un capital de \$50,000 invertido al 15% anual compuesto cada 28 días, en 2 años?
- a) Utilice año natural
- b) Utilice año comercial

**Solución año natural:**

$$\frac{365}{28} = 13.03571429 \text{ períodos de 28 días}$$
$$\frac{15\%}{13.0357142} = 1.150684931\%$$

En 2 años de inversión, se tendrán  $(2 \times 13.03571429) = 26.07142858$  periodos de capitalización

- $F = 50,000 (1 + 0.01150684931)^{26.07142858} = \$67,377.43$
- Entonces el interés:  $= \$67,377.43 - 50,000 = 17,377.43$

# Ejemplos

- **Ejemplo:**
- ¿Qué interés producirá un capital de \$50,000 invertido al 15% anual compuesto cada 28 días, en 2 años?
- a) Utilice año natural
- b) Utilice año comercial

## Solución año comercial:

$$\frac{360}{28} = 12.85714286 \text{ períodos de 28 días}$$
$$\frac{15\%}{12.85714286} = 1.16666667\%$$

En 2 años de inversión, se tendrán  $(2 \times 12.85714286) = 25.71428472$  periodos de capitalización

- $F = 50,000 (1 + 0.0116666667)^{25.71428472} = \$67,375.84$
- Entonces el interés:  $= \$67,375.84 - 50,000 = 17,375.84$

# Ejemplos

- **Ejemplo:**

- Se invirtieron \$600,000 en un banco por 5 años. cuando se realizó el depósito, el banco estaba pagando el 14% capitalizable cada trimestre. Tres años y medio después, la tasa cambió al 12.2% capitalizable cada mes. Calcule el monto al finalizar los cinco años.

- Solución

- Se calcula el monto de F1 que se obtiene los primeros 3.5 años = 14 trimestres

- $F1 = 600,000 \left(1 + \frac{0.14}{4}\right)^{14} = \$971,216.71$

- $F2 = 971,216.71 \left(1 + \frac{0.122}{12}\right)^{18} = \$1,165,173.91$

- $F_{Total} = 600,000 \left(1 + \frac{0.14}{4}\right)^{14} \left(1 + \frac{0.122}{12}\right)^{18} = \$1,165,173.91$



# Ejemplos

- **Formula para determinar el valor futuro cuando la tasa de interés es variable**

- $$F = P (1 + i_1)^{n_1} (1 + i_2)^{n_2} (1 + i_3)^{n_3} \dots (1 + i_k)^{n_k}$$

# Ejemplos

- **Ejemplo:**
- El 1 de abril del 2012 se efectuó un depósito de \$18,000 en un banco que pagaba el 20% de interés capitalizable cada mes.
- 18 meses después, El 1 de octubre del 2013 se depositaron \$31,000 en la cuenta, y ese mismo día la tasa de interés cambió al 15% capitalizable cada quincena.
- ¿Cuál fue el saldo del 1 de noviembre del 2015 si la tasa de interés volvió a cambiar el 1 de enero del 2015 al 9% capitalizable cada mes?

# Ejemplos

- **Solución**

- Se obtiene el monto de F1 al 1 de octubre de 2013. Del 1 de abril 2012 al 1 de octubre del 2013 hay 18 meses; por lo tanto,  $n = 18$
- $F1 = 18,000 \left(1 + \frac{0.20}{12}\right)^{18} = \$24,237.45$
- El monto compuesto al 1 de octubre 2013 se realizó un depósito de 31,000, entonces, el saldo es de \$55,237.45
- Del 1 de octubre del 2013 al 1 de enero del 2015 (15 meses), a capitalización es quincenal, entonces  $n = 30$  quincenas
- $F2 = 55,237.45 \left(1 + \frac{0.15}{24}\right)^{30} = \$66,590.22$
- Del 1 de enero del 2015 al 1 de noviembre del 2015 = 10 meses; por lo tanto  $n = 10$
- El monto final al 1 de noviembre de 2015 es:
- $F2 = 66,590.22 \left(1 + \frac{0.09}{12}\right)^{10} = \$71,756.46$

# Valor Presente

- El valor presente es el valor del monto actual de una cantidad de dinero que vence en el futuro a una fecha conveniente.
- Cuando se calcula un valor presente, a la tasa de interés utilizada se le llama: **tasa de descuento**
- Ejemplo:
- ¿Cuál es el valor presente de \$120,000 que se pagarán dentro de 2 años si la tasa de interés es del 30% y los intereses se capitalizan cada bimestre?

- $$VP = \frac{F}{(1+i)^n}$$

- **También:** 
$$P = F(1 + i)^{-n}$$

- $$VP = \frac{120,000}{(1+\frac{0.30}{6})^{12}} = \mathbf{66,820.49}$$

# Ejemplos

- Ejemplo:
- Luis recibió una herencia de 1 millón de pesos y quiere invertir una parte de este dinero en un fondo de retiro. Piensa jubilarse dentro de 27 años y para entonces desea tener \$20,000,000 en el fondo. ¿Qué parte de la herencia deberá invertir ahora si el dinero estará ganando una tasa de interés compuesto cada mes del 12.45% anual?
- Solución:
- $P = \frac{20,000,000}{(1 + (\frac{0.1245}{12})^{324})} = \$705,781.47$  debe de invertir en su herencia.

# Ejemplos

- Ejemplo:
- En la compra de un automóvil, el señor Soto da un enganche de \$63,600 y acuerda pagar \$284,278.86 diez meses después, cantidad que tiene incluidos los intereses por el financiamiento. si la tasa de interés es del 13.4% compuesto cada mes, encuentre el precio de contado del automóvil.

- Solución:

- $$P = 63,600 + \frac{284,278.86}{\left(1 + \left(\frac{0.134}{12}\right)^{10}\right)} = \$318,000$$

# Ejemplos

- Ejemplo:
- Alejandro está vendiendo un terreno y recibe las siguientes ofertas:
- Daniel le ofrece \$210,000 de contado y
- Armando le ofrece un anticipo de \$100,000 y el saldo en dos pagarés de \$71,430 cada uno a 6 y 10 meses de plazo.
- Considerando una tasa de interés del 1.2% mensual con capitalización mensual, ¿cuál alternativa le conviene más?
  
- Solución:
- El VP de la primera alternativa es de \$210,000
- $$P = 100,000 + \frac{71,430}{(1+0.012)^6} + \frac{71,430}{(1+0.012)^{10}} = \$229,894.31$$

# Ejemplos

- Ejemplo:
- ¿A qué tasa de interés compuesto se deben de depositar \$17,500 para disponer de \$20,000 en un plazo de 15 meses? Considere que los intereses se capitalizan cada quincena.

- $$i = \sqrt[n]{\frac{F}{P}} - 1$$

- Solución:
- $P = 17,500$
- $F = 20,000$
- $n = 30$  quincenas

- $$i = \sqrt[30]{\frac{20,000}{17,500}} - 1 = 0.004460967\% \text{ quincenal}$$

- **Anual = 0.004460967% x 24 = 10.7063% anual**



# Ejemplos

- Ejemplo:
- Se desea duplicar un capital en un año. Si la capitalización se lleva a cabo cada semana, ¿a qué tasa de interés debe de invertirse?

- $i = \sqrt[n]{\frac{F}{P}} - 1$

- **$F = 2x$**

- **$P = x$**

- **$n = 52$  semanas en 1 año**

- $i = \sqrt[52]{\frac{2x}{x}} - 1$

- $i = \sqrt[52]{2} - 1$

- **$i = 0.01341899$  por semana = **1.341899%** semanal = **69.7788%** anual**

# Ejemplos

- Ejemplo:
- ¿En cuánto tiempo se triplicará un capital si la tasa de interés es del 18% compuesto cada cuatrimestre?
- $F = P (1 + i)^n$
- $P = x$
- $F = 3x$
- $3x = x \left(1 + \frac{0.18}{3}\right)^n$
- $\frac{3x}{x} = \left(1 + \frac{0.18}{3}\right)^n$
- $3 = \left(1 + \frac{0.18}{3}\right)^n$
- Aplicando logaritmos a ambos lados de la igualdad anterior

$$\log 3 = n \log \left(1 + \frac{0.18}{3}\right) = n \log 1.06$$

$$n = \frac{\log 3}{\log 1.06} = 18.85 \text{ cuatrimestres}$$

Se requieren 18.85 cuatrimestres para triplicar un capital cualquiera = 75 meses

# Ejemplos

- Ejemplo:
- ¿Cuánto tiempo ha estado invertido un capital que, colocado al 17.5548% capitalizable cada quincena, ha proporcionado un interés compuesto igual al 30% del capital?

- $$n = \frac{\log\left(\frac{F}{P}\right)}{\log(1+i)}$$

- Sea  $P$  el capital invertido y  $0.30P$  el interés compuesto ganado. Por lo tanto el monto es:
- $F = P + I$
- $F = P + 0.30P$
- $F = 1.30P$

# Ejemplos

- Ejemplo- Solución.
- ¿Cuánto tiempo ha estado invertido un capital que, colocado al 17.5548% capitalizable cada quincena, ha proporcionado un interés compuesto igual al 30% del capital?

- $$n = \frac{\log\left(\frac{1.30P}{P}\right)}{\log\left(1 + \frac{0.175548}{24}\right)}$$

- $n = 36$  quincenas = 18 meses